Probabilidad

Clase 2.3

Gustavo Landfried

Grupo Antropocaos

7 de noviembre de 2018

0. Distribuciones discretas usuales
1. Distribuciones continuas usuales

Distribución Bernoulli

$$X \sim Be(p)$$

X: éxito (1) / fracaso (0) en un único experimento

$$P(X = x) = p^x (1 - p)^{1-x} \tag{1}$$

- $E(X) = p$
- $V(X) = p(1 - p)$

Distribución Binomial

$$X \sim B(p, n)$$

X: numero de éxitos en n repeticiones

$$P(X = k) = \binom{n}{k} p^x (1-p)^{1-x} \tag{2}$$

- $E(X) = np$
- $V(X) = np(1-p)$

Distribución Geométrica

$$X \sim G(p)$$

X: número de ensayos hasta el primer éxito

$$P(X = k) = (1 - p)^{k-1} p \tag{3}$$

- $E(X) = \frac{1}{p}$
- $V(X) = \frac{1-p}{p^2}$

Distribución Hipergeométrica

$$X \sim H(n, M, N)$$

X: cantidad de éxitos en una muestra.

Muestra de tamaño n; pobalción de tamaño N con un total de M éxitos

$$P(X = k) = \frac{\binom{M}{k}\binom{N-M}{n-k}}{\binom{N}{n}} \tag{4}$$

- $E(X) = n\frac{M}{N}$
- $V(X) = \frac{N-n}{N-1}n\frac{M}{N}(1 - \frac{M}{N})$

Distribución Binomial Negativa

$$X \sim BN(r,p)$$

X: número de ensayos hasta alcanzar el r-ésimo éxito

$$P(X=k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r} \tag{5}$$

- $E(X) = \frac{r}{p}$
- $V(X) = r\frac{(1-p)}{p^2}$

Distribución Poisson

$$X \sim P(\lambda)$$

X: número de eventos durante cierto período de tiempo

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}\lambda}{k!} \tag{6}$$

- $E(X) = \lambda$
- $V(X) = \lambda$

Se puede pensar que divide el espacio donde solo puede caber un éxito
Sea $Y_n \sim B(n, \frac{\lambda}{n})$, vale que $\lim_{n\to\infty} P(Y_n = k) = P(X = k)$

Variable aleatoria continua

$$X \text{ es continua} \Leftrightarrow P(X = x) = 0 \qquad \forall x$$

Variable aleatoria continua

$$X \text{ es continua} \Leftrightarrow P(X = x) = 0 \qquad \forall x$$

$$X \text{ es absolutamente continua} \Leftrightarrow$$
$$\exists f_x : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}_{>0} \text{ tal que}$$
$$F_x(t) = \int_{-\infty}^{t} f_x(u)\, du$$

Variable aleatoria continua

X es continua $\Leftrightarrow P(X = x) = 0 \quad \forall x$

X es absolutamente continua $\Leftrightarrow$
$\exists f_x : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}_{>0}$ tal que
$$F_x(t) = \int_{-\infty}^{t} f_x(u)\, du$$

toda función f_x tal que $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(u)\, du = 1$ se llama *de densidad*

Variable aleatoria continua

X es continua $\Leftrightarrow P(X = x) = 0 \quad \forall x$

X es absolutamente continua $\Leftrightarrow$
$\exists f_x : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}_{>0}$ tal que
$$F_x(t) = \int_{-\infty}^{t} f_x(u)\, du$$

toda función f_x tal que $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} f_x(u)\, du = 1$ se llama *de densidad*

se llama *p-ésimo cuartil* x_p, con $p \in (0, 1)$, tal que $F_x(x_p) = p$

Variable aleatoria continua

$$X \text{ es continua} \Leftrightarrow P(X = x) = 0 \qquad \forall x$$

$$X \text{ es absolutamente continua} \Leftrightarrow$$
$$\exists f_x : \mathbb{R} \longmapsto \mathbb{R}_{>0} \text{ tal que}$$
$$F_x(t) = \int_{-\infty}^{t} f_x(u)\, du$$

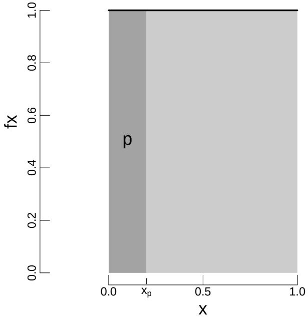
toda función f_x tal que $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(u)\, du = 1$ se llama *de densidad*

se llama *p-ésimo cuartil* x_p, con $p \in (0,1)$, tal que $F_x(x_p) = p$

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} u f_x(u)\, du \tag{7}$$

Distribución Uniforme

$$X \sim U[a,b]$$



$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}\mathbb{I}(a \leq x \leq b) \tag{8}$$

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a} & x \in [a,b] \\ 1 & x \geq b \end{cases} \tag{9}$$

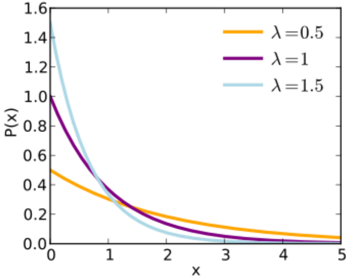
- $E(X) = \frac{a+b}{2}$
- $V(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

Distribución Exponencial

$$X \sim E(\lambda)$$

X: tiempo de duración

$$f_X(x) = \lambda e^{-\lambda x}\,\mathbb{I}(0 \leq x < \infty) \quad (10)$$

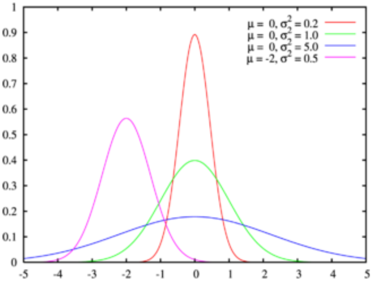


$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}\,\mathbb{I}(0 \leq x < \infty) \quad (11)$$

- $E(X) = \frac{1}{\lambda}$
- $V(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

Distribución Normal

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$



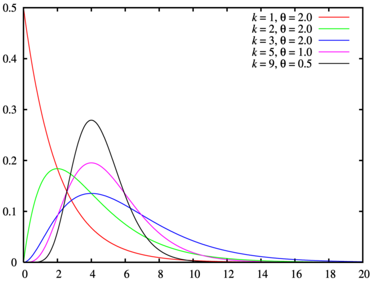
$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}\, e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{12}$$

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x}\, \mathbb{I}(0 \leq x < \infty) \tag{13}$$

- $E(X) = \mu$
- $V(X) = \sigma^2$

Distribución Gamma

$$X \sim \Gamma(\alpha, 1)$$



$$f_X(x) = \frac{e^{-x}x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}\mathbb{I}(0 < x < \infty) \quad (14)$$

$$\Gamma(\alpha) = \int e^{-t}t^{\alpha-1}dt \quad (15)$$

- $E(X) = \alpha$
- $V(X) = \alpha$