# Intervalo, test y regresión
## Clase 2.5

Gustavo Landfried

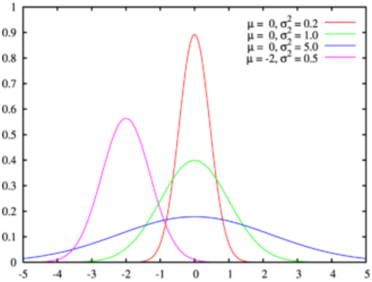
Grupo Antropocaos

28 de noviembre de 2018

0. Distribución Normal
1. Distribución Normal Estandar
2. Teorema
3. Experimento

# Distribución Normal

$$X \sim N(\mu, \sigma)$$




$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\frac{-(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \tag{1}$$

$$F_X(x) = 1 - e^{-\lambda x} \, \mathbb{I}(0 \leq x < \infty) \tag{2}$$

- $E(X) = \mu$
- $V(X) = \sigma^2$

## Calcular la proababilidad de un evento normal

Sea la variable aleatoria $X$ : *altura de árbol*, tal que $X \sim N(10, 2)$

# Calcular la proababilidad de un evento normal

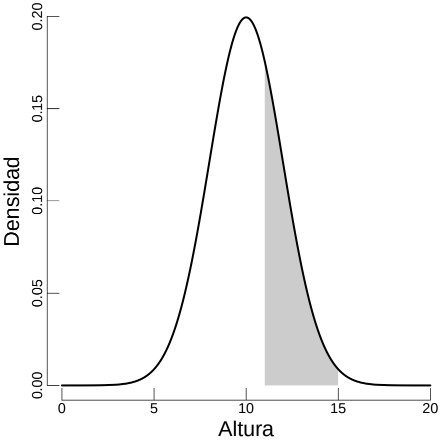
Sea la variable aleatoria $X$ : *altura de árbol*, tal que $X \sim N(10, 2)$

¿Cuál es la probabilidad de que un árbol tenga entre 11 y 15 metros de altura?

# Calcular la proababilidad de un evento normal

Sea la variable aleatoria $X$ : *altura de árbol*, tal que $X \sim N(10, 2)$

¿Cuál es la probabilidad de que un árbol tenga entre 11 y 15 metros de altura?

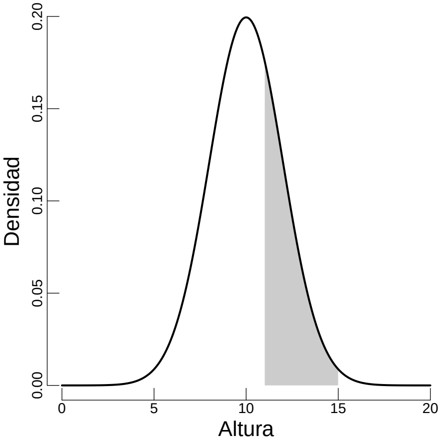


# Calcular la proababilidad de un evento normal

Sea la variable aleatoria $X$ : *altura de árbol*, tal que $X \sim N(10, 2)$

¿Cuál es la probabilidad de que un árbol tenga entre 11 y 15 metros de altura?

Descargar la tabla



# Normal Estandar $N(0,1)$

¿Qué es la tabla?

No hay una solución exacta para calcular el área bajo la curva de la función de densidad normal. La tabla contiene las áreas (calculadas de forma aproximada) solo para la función Normal Estandar.

# Normal Estandar $N(0,1)$

¿Qué es la tabla?

No hay una solución exacta para calcular el área bajo la curva de la función de densidad normal. La tabla contiene las áreas (calculadas de forma aproximada) solo para la función Normal Estandar.

Sea $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ vale que

$$\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1) \tag{3}$$

# Normal Estandar $N(0,1)$

¿Qué es la tabla?

No hay una solución exacta para calcular el área bajo la curva de la función de densidad normal. La tabla contiene las áreas (calculadas de forma aproximada) solo para la función Normal Estandar.

Sea $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ vale que

$$\frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1) \tag{3}$$

- Resolver $P(11 \leq X \leq 15)$

# Intervalo de confianza

¿En qué rango van a caer 95 % de las observaciones $Z \sim N(0,1)$?

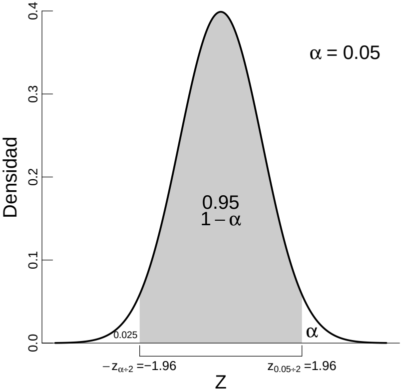
# Intervalo de confianza

¿En qué rango van a caer 95 % de las observaciones $Z \sim N(0,1)$?

Dado $\alpha$ elegimos $l_1$ y $l_2$ tq

$$P(l_1 \leq Z \leq l_2) = 1 - \alpha$$

$$l_1 = -z_{\frac{\alpha}{2}} \text{ y } l_2 = z_{\frac{\alpha}{2}}$$



## Teorema Central del Límite

Sea una v.a. $X$ tal que $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$,
y una muestra (i.i.d.) $X_n = x_1, \ldots, x_n$ de tamaño $n$.

Luego vale que la media de la muestra $\overline{X}_n$

$$\overline{X}_n \xmapsto{D} N\Big(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\Big) \tag{4}$$

# Teorema Central del Límite

Sea una v.a. $X$ tal que $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$,
y una muestra (i.i.d.) $X_n = x_1, \ldots, x_n$ de tamaño $n$.

Luego vale que la media de la muestra $\overline{X}_n$

$$\overline{X}_n \xmapsto{D} N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \tag{4}$$

- EL TCL no habla de la v.a. $X$ sino de la media muestral $\overline{X}_n$,
- Exacto para $n = \infty$
- Aproximado para $n$ grande

# Teorema Central del Límite

Sea una v.a. $X$ tal que $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$,
y una muestra (i.i.d.) $X_n = x_1, \ldots, x_n$ de tamaño $n$.

Luego vale que la media de la muestra $\overline{X}_n$

$$\overline{X}_n \xmapsto{D} N\Big(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\Big) \tag{4}$$

- EL TCL no habla de la v.a. $X$ sino de la media muestral $\overline{X}_n$,
- Exacto para $n = \infty$
- Aproximado para $n$ grande

$\boxed{\text{El TCL proveé una aproximación inexacta pero útil.}}$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X} - \mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0, 1)$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$
\begin{aligned}
&P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&P(\frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X} \leq -\mu \leq \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X})
\end{aligned}
$$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$
$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$
$$P(\frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X} \leq -\mu \leq \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X})$$
$$P(\overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \geq \mu \geq \overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}})$$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X}-\mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(\overline{X}-\mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{\frac{\alpha}{2}})$$

$$P(\frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X} \leq -\mu \leq \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X})$$

$$P(\overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \geq \mu \geq \overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}})$$

$$P(\overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}})$$

# Intervalo de confianza de la media poblacional

Sea $Z = \frac{(\overline{X} - \mu)}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \sim N(0,1)$

$$
\begin{aligned}
&P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq Z \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&P(z_{-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{(\overline{X} - \mu)\sqrt{n}}{\sigma} \leq z_{\frac{\alpha}{2}}) \\
&P(\frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X} \leq -\mu \leq \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} - \overline{X}) \\
&P(\overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \geq \mu \geq \overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}) \\
&P(\overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}})
\end{aligned}
$$

Luego, $IC = (\overline{X} - \frac{\sigma z_{\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}}, \overline{X} - \frac{\sigma z_{-\frac{\alpha}{2}}}{\sqrt{n}})$